



RAN - 2003000205020112

**RAN-2003000205020112****T. Y. B. Sc. (Sem - V) Examination March - 2023****Paper - 502 : Mathematical Statistics - II****સૂચના : / Instructions**

(૧)

નીચે દર્શાવેલ નિશાનીવાળી વિગતો ઉત્તરવહી પર અવશ્ય લખવી.  
**Fill up strictly the details of signs on your answer book**

Name of the Examination:

T. Y. B. Sc. (Sem - V)

Name of the Subject :

Paper - 502 : Mathematical Statistics - II

Subject Code No.: 2003000205020112

Seat No.:

     

Student's Signature

(૨) બધા જ પ્રશ્નો ફરજિયાત છે.

(2) Answer the following questions.

(૩) લઘુગુણકીય કોષ્ટક અને આંકડાકીય કોષ્ટક વિનંતીથી આપવામાં આવશે.

(3) Logarithmic tables and statistical tables will be supplied on request.

(૪) જમણીબાજુ આપેલા અંક પ્રશ્નનાં પુરા ગુણ દર્શાવે છે.

(4) Figures given to the right indicate the marks of the question.

(૫) પ્રોગ્રામરહિત સાયન્ટિફિક કેલ્ક્યુલેટરનો ઉપયોગ કરી શકાશે.

(5) Non programmable scientific calculator is allowed.

**Q-1 Answer the following :****(8)****નીચેના પ્રશ્નોનાં ઉત્તર આપો.**

(i) Obtain third quartile of Cauchy distribution.

કોશી વિતરણ માટે ત્રીજો ચતુર્થક મેળવો.

(ii) If the p.d.f. of sample range  $r$  is

$$f(x) = \frac{n(n-1)}{\theta^n} r^{n-2} (\theta - r) ; 0 < r < \theta$$

Then find  $E(r)$ જો નિદર્શ વિસ્તાર  $r$  નું સંભાવના ઘટત્વ વિધેય

$$f(x) = \frac{n(n-1)}{\theta^n} r^{n-2} (\theta - r) ; 0 < r < \theta$$

હોય તો  $E(r)$  મેળવો.

(iii) If the p.d.f. of random variable X is

$$f(x) = \frac{k}{\lambda \left[ 1 + \left( \frac{x - \theta}{\lambda} \right)^2 \right]} \quad -\infty < x < \infty$$

Then find constant k.

જો યદ્યદ્ય ચલ X નું સંભાવના ઘટત્વ વિધેય

$$f(x) = \frac{k}{\lambda \left[ 1 + \left( \frac{x - \theta}{\lambda} \right)^2 \right]} \quad -\infty < x < \infty$$

હોય તો અચળાંક k મેળવો.

(iv) Find mode of the log normal distribution.

લોગ પ્રમાણ્ય વિતરણ માટે બહુલક મેળવો.

**Q-2 Attempt any Two.**

**(12)**

ગમે તે બે પ્રશ્નોનાં ઉત્તર આપો.

(i) Define Cauchy distribution. Then find Characteristic function of it. Then find then find p.d.f. of  $y = ax + b$ .

કોશી વિતરણની વ્યાખ્યા આપો. તેનું લાક્ષણિક વિધેય મેળવો. તે પરથી  $y = ax + b$  નું સંભાવના ઘટત્વ વિધેય મેળવો.

(ii) Derive moment generating function of trinomial distribution. Also find correlation between  $X_i$  and  $X_j$ .

ત્રિપદી વિતરણ માટે પ્રઘાત સર્જક વિધેય મેળવો. તે પરથી  $X_i$  અને  $X_j$  વચ્ચેનો સહસંબંધાંક મેળવો.

(iii) If the p.d.f. of random variables  $(x, y)$  is

$$f(x, y) = \frac{1}{2(1 - \rho^2)} \cdot e^{-\frac{1}{2(1 - \rho^2)}(x^2 - 2\rho xy + y^2)} \quad -\infty < x, y < \infty$$

(i) Then show that  $x + y$  and  $x - y$  are independent.

(ii) Prove that  $Q = \frac{x^2 - 2\rho xy + y^2}{1 - \rho^2}$  distributed as  $\chi^2$  with 2 degrees of freedom.

જો સંભાવના ઘટત્વ વિધેય  $(x, y)$  નું

$$f(x, y) = \frac{1}{2(1 - \rho^2)} \cdot e^{-\frac{1}{2(1 - \rho^2)}(x^2 - 2\rho xy + y^2)} \quad -\infty < x, y < \infty$$
 હોય તો

(i) બતાવો કે  $x + y$  અને  $x - y$  નિરપેક્ષ છે.

(ii) સાબિત કરો કે  $Q = \frac{x^2 - 2\rho xy + y^2}{1 - \rho^2}$  નું વિતરણ 2 સ્વાતંત્રમાત્રા વાળું  $\chi^2$  વિતરણ થાય.

Q-3

Attempt any three.

(15)

ગમે તે ત્રણ પ્રશ્નોનાં ઉત્તર આપો.

- (i) Find characteristic function of Laplace distribution. Also find  $\beta_1$  from it.  
લાપ્લાસ વિતરણ લાક્ષણિક વિધેય મેળવો. તે પરથી  $\beta_1$  ની કિંમત મેળવો.

- (ii) If the p.d.f. of random variable x is

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi x}} e^{-\frac{1}{2}(\log_e x)^2} \quad x > 0$$

Then find coefficient of coefficient of variation.

યદ્યથ ચલ x નું સંભાવના ઘટત્વ વિધેય

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi x}} e^{-\frac{1}{2}(\log_e x)^2} \quad x > 0$$

હોય તો ચલનાંક શોધો

- (iii) Define order statistics. Also find probability distribution of sample range.  
ક્રમિક વિધેયની વ્યાખ્યા આપો. તે માટે નિદર્શ વિસ્તારનું સંભાવના વિતરણ મેળવો.

- (iv) Define bivariate normal distribution. Also find moment generating function of standard normal Bivariate distribution.

દ્વિચલ પ્રમાણ્ય વિતરણની વ્યાખ્યા આપો. પ્રમાણિત પ્રમાણ્ય વિતરણ માટે પ્રઘાત સર્જક વિધેય મેળવો.

Q-4

Attempt any three.

(15)

ગમે તે ત્રણ પ્રશ્નોનાં ઉત્તર આપો.

- (i) Derive distribution of  $i^{\text{th}}$  and  $j^{\text{th}}$  order statistics. Also obtain joint p.d.f. of minimum and maximum order statistics from it.

$i^{\text{th}}$  અને  $j^{\text{th}}$  ક્રમિક વિધેયની વ્યાખ્યા આપો. તે પરથી મહત્તમ અને ન્યુનત્તમ ક્રમિક વિધેયનું સંયુક્ત સંભાવના વિધેય મેળવો.

- (ii) If the p.d.f. of r.v. x is

$$f(x) = \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}} \quad x > 0, \theta > 0$$

Then obtain the probability distribution of maximum order statistics.

યદ્યથ ચલ x નું સંભાવના ઘટત્વ વિધેય

$$f(x) = \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}} \quad x > 0, \theta > 0$$

તે પરથી મહત્તમ ક્રમિક વિધેયનું સંભાવના વિધેય મેળવો.

- (iii) (a) If  $(x_i, i = 1, 2, \dots, n)$  are independent variates having common log normal distribution with parameters  $\mu$  and  $\sigma^2$  then prove that their geometric mean  $\left(\prod_{i=1}^n x_i\right)^{\frac{1}{n}}$  has log normal distribution with parameters  $\mu$  and  $\frac{\sigma^2}{n}$ .

જો  $(x_i, i = 1, 2, \dots, n)$  નિરપેક્ષ ચલો સમાન લોગ પ્રમાણ્ય વિતરણ ધરાવતા હોય અને દરેકના પ્રચલો  $\mu$  અને  $\sigma^2$  હોય તો સાબિત કરો કે ગુણોત્તર મધ્યક  $\left(\prod_{i=1}^n x_i\right)^{\frac{1}{n}}$  નું વિતરણ લોગ પ્રમાણ્ય થાય અને તેનાં પ્રચલો  $\mu$  અને  $\frac{\sigma^2}{n}$  થાય.

- (b)  $(x_i, i = 1, 2, \dots, n)$  are independent log normal variates with parameters  $\mu_i$  and  $\sigma_i^2$  then find  $s^{\text{th}}$  raw moment of  $\prod_{i=1}^n a_i x_i$  where  $a_i$ 's are constants.

જો  $(x_i, i = 1, 2, \dots, n)$  નિરપેક્ષ ચલો સમાન લોગ પ્રમાણ્ય વિતરણ ધરાવતા હોય અને દરેકના પ્રચલો  $\mu_i$  અને  $\sigma_i^2$  હોય તો  $\prod_{i=1}^n a_i x_i$  માટે S મો અકેન્દ્રિય પ્રઘાત મેળવો. જ્યાં  $a_i$  અચળાંકો છે.

- (iv) If the p.d.f. of r.v. x is

$$f(x) = \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}} \quad x > 0, \theta > 0$$

Then obtain the distribution of maximum order statistics.

જો ચલ x નું સંભાવના ઘટત્વ વિધેય  $f(x) = \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}} \quad x > 0, \theta > 0$  માટે મહત્તમ ક્રમિક વિધેયનું વિતરણ મેળવો.